Accueil

$x^m + y^m = z^m$

Théorème de Fermat

Pierre de Fermat affirma avoir démontré, en 1637, le théorème suivant :
Si m est un entier supérieur à 2 alors il n'existe pas de nombres entiers x, y et z autres que zéro et satisfaisant à l'équation $x^m + y^m = z^m$.

Le théorème a été démontré en 1994.

A. m = 3

On a vu dans $x^m + b = z^m$ qu'ils existent des entiers b tel que

$$b = \left(\frac{3d^2 - \sqrt{12db - 3d^4}}{6d}\right)^3 + \left(\frac{3d^2 + \sqrt{12db - 3d^4}}{6d}\right)^3$$

Si b peut être un cube parfait ($b = x^3$) alors :

$$\mathbf{x^3 + \left(\frac{-3d^2 + \sqrt{12dx^3 - 3d^4}}{6d}\right)^3 = \left(\frac{3d^2 + \sqrt{12dx^3 - 3d^4}}{6d}\right)^3}$$

d étant un diviseur de x^3 ; $0 < d < x\sqrt[3]{4}$

Or $12dx^3 - 3d^4$ n'est carré parfait que si $d = x$ (voir $ax^2 + bx + c = z^2$)
→ $12dx^3 - 3d^4 = 9d^4$.
→ $x^3 + 0 = x^3$ est la seule solution pour ce premier cas $x^3 + y^3 = z^3$.

Ils existent de très bonne approximations, comme
$29479^3 - 29477^3 = 1734{,}0000002^3$

B. m = 4

Pour ce cas, $x^4 + y^4 = z^4$, nous avons 2 voies pour établir une formule :
1. à partir de $x^2 + y^2 = z^2$;
2. à partir de $z^4 - y^4 = n$, en remplaçant n par x^4 :

$$x^4 + \left(\frac{d - \sqrt[3]{\frac{x^4}{d} + \sqrt{(\frac{x^4}{d})^2 + (\frac{d^2}{3})^3}} - \sqrt[3]{\frac{x^4}{d} - \sqrt{(\frac{x^4}{d})^2 + (\frac{d^2}{3})^3}}}{2}\right)^4$$

$$= \left(\frac{d + \sqrt[3]{\frac{x^4}{d} + \sqrt{(\frac{x^4}{d})^2 + (\frac{d^2}{3})^3}} + \sqrt[3]{\frac{x^4}{d} - \sqrt{(\frac{x^4}{d})^2 + (\frac{d^2}{3})^3}}}{2}\right)^4$$

d : diviseur de x^4.
Si x est pair, d doit être pair.

Ils existent aussi des approximations, comme
$15003^4 - 14997^4 = 3000{,}00003^4$